

Nom :

Aucun document n'est autorisé : ni notes de cours, ni calculatrice, ni téléphone portable. Merci de répondre directement sur la feuille (vous pouvez utiliser une feuille de brouillon).

1. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation de $\{1, \dots, 12\}$ suivante :

$$c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 12 & 10 & 6 & 7 & 2 & 9 & 8 & 4 & 3 & 11 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Quel est l'ordre de la permutation c_1 ?

3. Quelle est la signature de c_1 ?

4. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation de $\{1, \dots, 14\}$ suivante :

$$c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 5 & 6 & 4 & 8 & 14 & 9 & 10 & 3 & 13 & 2 & 11 & 1 & 7 & 12 \end{pmatrix}$$

5. Quel est l'ordre de la permutation c_2 ?

6. Quelle est la signature de c_2 ?

7. Expliciter la permutation de $\{1, \dots, 7\}$ suivante :

$$c_3 = (1 \ 2)(2 \ 3)(3 \ 4)(4 \ 5)(5 \ 6)(6 \ 7).$$

8. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation c_3 .

9. Expliciter la permutation de $\{1, \dots, 6\}$ suivante :

$$c_4 = (5\ 2\ 6)(2\ 3)(4\ 1)(3\ 5\ 4)(2\ 6).$$

10. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation c_4 .

11. Donner la définition d'un groupe.

12. Donner la définition de l'ordre d'un élément x d'un groupe fini G .

13. Quel est le nombre d'éléments du groupe des permutations de l'ensemble $\{1, \dots, 5\}$?

14. Soient c_5 et c_6 deux permutations de signature $+1$ et -1 respectivement. Que vaut la signature de $c_5 \circ c_6$?

15. Soit \star une loi de composition interne sur un ensemble G . Quand est-ce que la loi \star est dite commutative ?