

Nom : .....

*Aucun document n'est autorisé : ni notes de cours, ni calculatrice, ni téléphone portable. Merci de répondre directement sur la feuille (vous pouvez utiliser une feuille de brouillon).*

1. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation de  $\{1, \dots, 12\}$  suivante :

$$c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 3 & 5 & 1 & 10 & 6 & 7 & 8 & 2 & 9 & 11 & 4 & 12 \end{pmatrix}$$

2. Quel est l'ordre de la permutation  $c_1$  ?

3. Quelle est la signature de  $c_1$  ?

4. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation de  $\{1, \dots, 14\}$  suivante :

$$c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 5 & 10 & 6 & 1 & 7 & 8 & 4 & 9 & 11 & 13 & 14 & 12 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Quel est l'ordre de la permutation  $c_2$  ?

6. Quelle est la signature de  $c_2$  ?

7. Expliciter la permutation de  $\{1, \dots, 6\}$  suivante :

$$c_3 = (1 \ 2)(2 \ 3)(3 \ 4)(4 \ 5)(5 \ 6).$$

8. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation  $c_3$ .

9. Expliciter la permutation de  $\{1, \dots, 8\}$  suivante :

$$c_4 = (5\ 2\ 7)(2\ 3)(4\ 1)(6\ 5\ 4)(7\ 6).$$

10. Donner la décomposition en cycles à supports disjoints de la permutation  $c_4$ .

11. Donner la définition d'un groupe.

12. Donner la définition de l'ordre d'un élément  $x$  d'un groupe fini  $G$ .

13. Quel est le nombre d'éléments du groupe des permutations de l'ensemble  $\{1, \dots, 5\}$  ?

14. Soient  $c_5$  et  $c_6$  deux permutations de signature  $+1$  et  $-1$  respectivement. Que vaut la signature de  $c_5 \circ c_6$  ?

15. Soit  $\star$  une loi de composition interne sur un ensemble  $G$ . Quand est-ce que la loi  $\star$  est dite commutative ?