Liste des groupes de Lie classiques

On note $\mathrm{M}(n,\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices $n\times n$ à coefficients réels, et $\mathrm{M}(n,\mathbb{C})$ l'ensemble des matrices $n\times n$ à coefficients complexes. La transposée de la matrice $M=(m_{ij})$ sera notée $M^{\mathrm{T}}=(m_{ji})$, et la matrice conjuguée de M sera notée $\overline{M}=(\overline{m_{ij}})$. L'adjoint de M sera noté $M^*=\overline{M}^T$, et la matrice identité de taille $n\times n$ sera notée Id. La matrice $J\in\mathrm{M}(2n,\mathbb{R})$ est définie comme la matrice anti-diagonale par blocs $J=\begin{pmatrix} 0 & \text{-Id} \\ \mathrm{Id} & 0\end{pmatrix}$.

Groupe général linéaire complexe :

$$\mathrm{GL}(n,\mathbb{C})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{C})\mid \det M\neq 0\}$$

Groupe général linéaire réel :

$$\mathrm{GL}(n,\mathbb{R})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{R})\mid \det M\neq 0\}$$

Groupe spécial linéaire complexe :

$$\mathrm{SL}(n,\mathbb{C})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{C})\mid \det M=1\}$$

Groupe spécial linéaire réel :

$$\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{R})\mid \det M=1\}$$

Groupe orthogonal complexe :

$$\mathrm{O}(n,\mathbb{C})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{C})\mid M^TM=\mathrm{Id}\}$$

Groupe orthogonal :

$$\mathrm{O}(n,\mathbb{R})=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{R})\mid M^TM=\mathrm{Id}\}$$

Groupe spécial orthogonal :

$$\mathrm{SO}(n)=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{R})\mid M^TM=\mathrm{Id},\det M=1\}$$

Groupe unitaire :

$$\mathrm{U}(n)=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{C})\mid M^*M=\mathrm{Id}\}$$

Groupe spécial unitaire :

$$\mathrm{SU}(n)=\{M\in\mathrm{M}(n,\mathbb{C})\mid M^*M=\mathrm{Id},\det M=1\}$$

Groupe symplectique complexe :

$$\mathrm{Sp}(n,\mathbb{C})=\{M\in\mathrm{M}(2n,\mathbb{C})\mid M^TJM=J\}$$

Groupe symplectique réel :

$$\mathrm{Sp}(n,\mathbb{R})=\{M\in\mathrm{M}(2n,\mathbb{R})\mid M^TJM=J\}$$

Groupe orthogonal quaternionique :

$$\mathrm{Sp}(n)=\mathrm{Sp}(n,\mathbb{C})\cap U(2n).$$