

Devoir de vacances

Exercice 1 Appliquer l'algorithme de Gauss aux systèmes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 3x - y + 2z & = & a \\ -x + 2y - 3z & = & b \\ x + 2y + z & = & c \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{rcl} x + y + 2z & = & 5 \\ x - y - z & = & 1 \\ x + z & = & 3 \end{array} \right.$$

Exercice 2 Sans chercher à résoudre les systèmes suivants, discuter la nature de leurs ensembles de solution :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x + y - z & = & 0 \\ x - y & = & 0 \\ x + y + z & = & 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{rcl} x + 3y + 2z & = & 1 \\ 2x - 2y & = & 2 \\ x + y + z & = & 2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{rcl} x + 3y + 2z & = & 1 \\ 2x - 2y & = & 2 \\ x + y + z & = & 3 \end{array} \right.$$

Exercice 3 Mettre sous forme matricielle et résoudre les systèmes suivants.

$$1. \left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y + z & = & 3 \\ 3x - y - 2z & = & 0 \\ x + y - z & = & -2 \\ x + 2y + z & = & 1 \end{array} \right.$$

$$2. \left\{ \begin{array}{rcl} x + y + z + t & = & 1 \\ x - y + 2z - 3t & = & 2 \\ 2x + 4z + 4t & = & 3 \\ 2x + 2y + 3z + 8t & = & 2 \\ 5x + 3y + 9z + 19t & = & 6 \end{array} \right.$$

$$3. \left\{ \begin{array}{rcl} 2x + y + z + t & = & 1 \\ x + 2y + 3z + 4t & = & 2 \\ 3x - y - 3z + 2t & = & 5 \\ 5y + 9z - t & = & -6 \end{array} \right.$$

$$4. \left\{ \begin{array}{rcl} x - y + z + t & = & 5 \\ 2x + 3y + 4z + 5t & = & 8 \\ 3x + y - z + t & = & 7 \end{array} \right.$$

$$5. \left\{ \begin{array}{rcl} x + 2y + 3z & = & 0 \\ 2x + 3y - z & = & 0 \\ 3x + y + 2z & = & 0 \end{array} \right.$$