

---

 NOM : ..... Prénom : .....
 

---

**LOGIQUE** : Soient  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  deux propositions. Compléter :

$$\text{non}(\mathcal{P} \text{ et } \mathcal{Q}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{non}(\mathcal{P} \text{ ou } \mathcal{Q}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{non}(\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}) = \dots\dots\dots$$

$$(\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}) \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

$$\text{non}(x < y) = \dots\dots\dots$$

**TRIGONOMETRIE** : Compléter les formules :

$$\cos^2 \theta = \dots\dots\dots$$

$$\sin^2 \theta = \dots\dots\dots$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \dots\dots\dots$$

$$2 \cos \theta \sin \theta = \dots\dots\dots$$

$$\cos(a + b) = \dots\dots\dots$$

$$\sin(a + b) = \dots\dots\dots$$

**IDENTITES REMARQUABLES** : Compléter les formules :

$$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + b)^n = \dots\dots\dots$$

$$a^2 - b^2 = \dots\dots\dots$$

$$a^3 - b^3 = \dots\dots\dots$$

$$a^n - b^n = \dots\dots\dots$$

**REGLES DE CALCULS :**

1- Compléter et indiquer la règle de calcul utilisée :

$$(e^{(x+1)})^2 = \dots\dots\dots \quad \text{R\`e}g\text{le :}$$

$$\ln(x+1) - \ln(x) = \dots\dots\dots \quad \text{R\`e}g\text{le :}$$

2- Lorsque  $f(x) \leq g(x)$ , que peut-on dire de  $\int_a^b f(x)dx$   $\int_a^b g(x)dx$  ?

3- Que peut-on dire de  $\sqrt[3]{a+b}$  et  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$  ?

4- Quelle est la primitive de  $(1-x)^{n-1}$  ?

**RESOLUTIONS DES INEQUATIONS :**

1- Pour chaque inéquation, indiquer, suivant la valeur de  $x$ , les différents cas à étudier :

$$-2\sqrt{x^2} + 5|x-3| - 25|x+7| \leq 2$$

$$\frac{1}{x} > \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{x}{x-2} \leq \frac{-x+3}{x+1}$$

2- Pour  $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}$ , compléter les encadrements :

$$\dots < x^2 < \dots$$

$$\dots < x^2 - x < \dots$$

$$\dots < x^2 - x + 1 < \dots$$

$$\dots < \frac{1}{x^2-x+1} < \dots$$

$$\dots < x^3 < \dots$$

3- Quelle hypothèse sur  $x$  et  $y$  faut-il avoir pour que :

$$x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2 ?$$

**RAISONNEMENTS PAR RECURRENCE**

1- Soit une propriété  $\mathcal{P}(n)$  dépendant d'un paramètre  $n \in \mathbb{N}$  telle que  $\mathcal{P}(4)$  est vraie et telle que l'implication  $\mathcal{P}(n) \Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$  est vraie pour  $n \geq 2$ . Que peut-on conclure ?

2- Compléter la rédaction :

On suppose que pour  $n \in \mathbb{N}$  fixé,  $\mathcal{P}(n)$  est vraie, c'est-à-dire :

$$\mathcal{P}(n) : 3\sqrt[3]{(n+1)} - 3 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}.$$

$$\Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Pour montrer que .....

$$3\sqrt[3]{(n+2)} - 3 \leq 3\sqrt[3]{(n+1)} - 3 + \frac{1}{\sqrt[3]{(n+1)^2}}.$$

**ARGUMENTATION :** Trouver l'argument manquant qui justifie l'implication :

1-  $e^x \leq e \Rightarrow (1-x)^n e^x \leq (1-x)^n e$

2-  $I_n \leq \frac{e}{(n+1)!} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$

3-  $u_{n+1} - u_n = u_n^2 - u_n + \frac{1}{4} \Rightarrow u_{n+1} \geq u_n$

4-  $7^n - 2^n = 5k \Rightarrow 7^n$  et  $2^n$  ont même reste ds la division euclidienne par 5.

**UTILISATION DE LA DEFINITION DE LA LIMITE**

1- Compléter :

$$x \in ]\frac{3}{4}, \frac{5}{4}[ \Leftrightarrow |x - \dots| < \dots$$

2- Compléter la rédaction :

Puisque :

$$|\frac{x+5}{x^2-x+3} - 2| = |x-1| |\frac{2x-1}{x^2-x+3}|$$

et que .....

$$|\frac{2x-1}{x^2-x+3}| < M,$$

pour que  $|\frac{x+5}{x^2-x+3} - 2| < \epsilon$  .....

**CALCUL DE LIMITES :** Compléter :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\dots} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \dots$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = \dots$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = \dots$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow \dots} \frac{\sin x}{x} = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 5x}{x} = \dots$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} = \dots$